

Листок 3. Еще конструкции и немного формальностей

28 февраля 2012 г.

Определение. *Джойном* топологических пространств X и Y называется пространство

$$X * Y = \frac{X \times Y \times I}{\{x, y_1, 0\} \sim \{x, y_2, 0\}, \{x_1, y, 1\} \sim \{x_2, y, 1\}}.$$

Определение. *Надстройкой* над пространством X называется пространство $SX = S^0 * X$ (проверьте, что это определение совпадает с данным на лекции!).

Определение. *Смэш-произведением* топологических пространств X и Y называется пространство

$$X \wedge Y = \frac{X \times Y}{X \vee Y},$$

где $X \vee Y$ вложено в $X \times Y$ как $\{x_0\} \times Y \cup X \times \{y_0\}$, $x_0 \in X, y_0 \in Y$ — некоторые точки.

Задача 1. Докажите, что $S^n \wedge S^m = S^{m+n}$.

Задача 2. Докажите, что $S^n * S^m = S^{n+m+1}$.

Задача 3. Докажите, что любое отображение $S^n \rightarrow S^m$, $n < m$, гомотопно постоянному.

Подсказка. Сначала покажите, что отображение можно считать не сюръективным.

Задача 4. Докажите, что A — ретракт X тогда и только тогда, когда любое непрерывное отображение $f: A \rightarrow Y$ можно продолжить на все X .

Задача 5. Покажите, что для любых двух деформационных ретрактов r_t^0, r_t^1 пространства X существует непрерывное семейство ретрактов r_t^s , их соединяющее. Непрерывность понимается в том смысле, что отображение $X \times I \times I \rightarrow X, (x, s, t) \mapsto r_t^s(x)$ непрерывно.