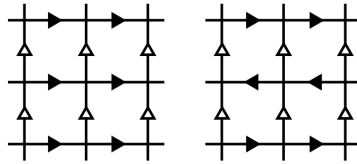


Листок 9. Несколько примеров

10 апреля 2012 г.

Задача 1. Обозначим через M_k сферу с k ручками. Для произвольных натуральных m, n построить естественное действие $\mathbb{Z}_n$ на M_{mn+1} , и получить из него накрытие $M_{mn+1} \rightarrow M_{m+1}$. Будет ли это накрытие нормальным?

Задача 2. Рассмотрим действия на $\mathbb{R}^2$ группами симметрий следующих решеток:



Опишите эти группы симметрий. Каким будет в обоих случаях пространство орбит? Постройте накрытие одного пространства орбит другим.

Задача 3. Вычислить $\pi_1(\mathbb{R}P^n)$. Явно указать представителей всех классов нетривиальных петель.

Задача 4*. Существует ли свободное действие $\mathbb{Z}_k$ на S^n ? Ответить на вопрос для произвольных k и n .

Задача 5*. Обозначим через $X_{m,n}$ пространство $\frac{S^1 \times I}{(z,0) \sim (e^{2\pi i/m} z, 0), (z,1) \sim (e^{2\pi i/n} z, 1)}$. Найти его универсальное накрытие $\tilde{X}_{m,n}$, вычислить фундаментальную группу $\pi_1(X_{m,n})$ и изучить действие $\pi_1(X_{m,n})$ на $\tilde{X}_{m,n}$.

Подсказка. Смотри упражнения 1.35, 1.44 в Хэтчере.